

Янковий В. О.
кандидат економічних наук,
доцент кафедри економіки і планування бізнесу
Одеського національного економічного університету

Iankovyi V. O.
Ph.D., Assistant Professor of Department of Economics and Business Planning
Odessa National Economic University

МЕТОДОЛОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ МОДЕЛЮВАННЯ ФАКТОРІВ РОСТУ ПРОДУКЦІЇ ПІДПРИЄМСТВА НА БАЗІ ВИРОБНИЧИХ ФУНКЦІЙ

METHODOLOGICAL PROBLEMS OF MODELLING GROWTH FACTORS ENTERPRISE PRODUCTS BASED ON PRODUCTION FUNCTIONS

Анотація. У статті розглянуто основні методологічні положення моделювання факторів росту продукції підприємства на базі виробничих функцій. Показано, що найбільш популярними в сучасних економічних дослідженнях є моделі, які узагальнено функцією з постійною еластичністю заміщення: лінійною, функцією Кобба-Дугласа, функцією Леонтьєва. Наведено їх порівняльний аналіз, критерій відбору найбільш адекватної моделі, важливіші економіко-математичні характеристики. Надано практичні рекомендації щодо розрахунку параметрів указаних виробничих функцій за допомогою різних методів оцінювання. Всі теоретичні аспекти проілюстровано на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства борошномельної промисловості.

Ключові слова: моделювання факторів, виробничі функції, еластичність заміщення ресурсів.

Постановка проблеми. Серед сучасних виробничих функцій (ВФ), що застосовуються в процесі моделювання важливіших показників господарської діяльності підприємства, найбільш популярними є двофакторні функції, які описують залежність обсягу реалізованої продукції Y від середньої річної вартості основних виробничих фондів (K) і витрат на оплату праці (L): $Y = f(K, L)$. При цьому інформаційним джерелом виступає фінансова звітність підприємств, зокрема форма № 1 «Баланс» і форма № 2 «Звіт про фінансові результати».

До двофакторних функцій, що отримали широке практичне впровадження завдяки досить простому і зрозумілому економічному тлумаченню їх параметрів, належить сімейство ВФ, яке узагальнює неокласична функція з постійною еластичністю заміщення, або CES-функція (від англ. абревіатури *Constant Elasticity of Substitution*) [1]. У це сімейство входять: ВФ Кобба-Дугласа, лінійна функція, функція Леонтьєва. Однак методологічні аспекти застосування їх в економічних дослідженнях, вибор адекватної моделі впливу факторів K, L на результати виробництва Y виходячи з властивостей даних ВФ розроблено недостатньо. Немає зрозумілого пояснення, чому саме ВФ Кобба-Дугласа отримала найбільше розповсюдження в практиці моделювання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Серед методів моделювання факторів росту реалізації на підприємствах промисловості ВФ є відносно частими гостями. Переважно це ВФ Кобба-Дугласа як найбільш відома двофакторна модель залежності об'єму продукції від витрат капіталу і праці [2–6]. Що стосується інших ВФ, узагальнених CES-функцією, то вони зустрічаються досить рідко [7].

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. В економічній літературі практично відсутні методологічні рекомендації щодо застосування сімейства ВФ, що узагальнює CES-функція, на рівні підприємства. Немає чітких теоретичних указівок із приводу переваг і недоліків певної ВФ, вибору моделі в кожній конкретній

задачі; суттєво утруднені розрахунки невідомих коефіцієнтів деяких ВФ, наприклад самої CES-функції.

Метою статті є поглиблення методологічних підходів до моделювання факторів росту реалізованої продукції підприємства на базі ВФ, знайомство широкого кола економістів з аналітичними можливостями ВФ Кобба-Дугласа, лінійної функції та CES-функції, з програмним забезпеченням визначення їх невідомих параметрів за допомогою різних методів оцінювання, а також ілюстрація вказаних теоретичних аспектів на конкретному прикладі Миколаївського комбінату хлібопродуктів.

Виклад основного матеріалу дослідження. CES-функція має такий вигляд:

$$Y = A_0 [A_1 K^p + (1 - A_1) L^p]^{-\frac{\gamma}{p}}, \quad (1)$$

де A_0 – коефіцієнт шкали ($0 < A_0$); A_1 – коефіцієнт ваги фактора ($0 < A_1 < 1$); p – параметр ВФ ($-1 < p$); γ – показник ступеня однорідності ВФ ($0 < \gamma$).

Еластичність заміщення факторів σ CES-функції визначається так:

$$\sigma = \frac{1}{1+p}. \quad (2)$$

ВФ (1) залежно від значення параметра p узагальнює інші ВФ:

1. За $p \rightarrow 0$ вираження (1) перетворюється у ВФ Кобба-Дугласа

$$Y = FR^{\alpha}L^{\beta}, \quad (3)$$

де A – коефіцієнт шкали ($0 < A$); α, β – параметри ВФ ($0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$).

Еластичність заміщення факторів ВФ Кобба-Дугласа $\sigma \approx 1$.

2. За $p \rightarrow -1$ отримаємо лінійну функцію:

$$Y - A_2 = A_3 K + A_4 L, \quad (4)$$

де A_2 – вільний член; A_3, A_4 – граничні продукти відповідних факторів виробництва ($0 \leq A_3, A_4$).

Еластичність заміщення факторів лінійної ВФ $\sigma \approx \infty$. Основна її властивість полягає у тому, що будь-який

випуск продукції забезпечується навіть за нульових витрат одного з факторів, тому ВФ (4) доречно використовувати під час моделювання виробництва, коли один із факторів не впливає на його результати, тобто знаходиться у надлишку.

3. За $p \rightarrow \infty$ CES-функція прямує до функції Леонтьєва:

$$Y = \min \left(\frac{K}{c_1}; \frac{L}{c_2} \right), \quad (5)$$

де c_1, c_2 – питомі витрати відповідного фактора.

Еластичність заміщення факторів ВФ Леонтьєва $\sigma \approx 0$. Функція (5) призначена для моделювання строго детермінованих технологічних процесів, які не допускають відхилення від установлених нормативів щодо використання виробничих факторів на одиницю продукції, тому її застосування для моделювання показників господарської діяльності підприємств у цілому практично не зустрічається.

ВФ (1), (3), (4) використовуються передусім для адекватного описання просторової варіації змінних Y, K, L , коли дослідник має справу з даними по групі підприємств за один і той же проміжок часу. У разі ж часової варіації

цих змінних, тобто коли розглядається економічна інформація по одному окремому підприємству за низку проміжків часу, вказані ВФ дещо трансформуються – динамізуються.

Так, динамізована CES-функція набуває вигляду

$$Y = A_0 e^{\lambda t} [A_1 K^{-p} + (1 - A_1) L^{-p}]^{-\frac{1}{p}} \quad (6)$$

Тут уважається, що $\gamma = 1$, тобто ВФ є лінійно однорідною, а також уводиться ще один фактор, так званий нейтральний науково-технічний прогрес із невідомим середнім темпом приросту λ , який відображає вплив на Y усіх чинників, окрім K і L (t – час, який приймає значення $1, 2, \dots, N$).

У табл. 1 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (6).

Динамізована ВФ (3), так звана ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена, має вигляд:

$$Y = A e^{\lambda t} K^\alpha L^\beta. \quad (7)$$

У табл. 2 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (7).

Таблиця 1

Основні характеристики динамізованої CES-функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 + (1 - A_1) \left(\frac{L}{K}\right)^{-p}]^{-\frac{1}{p}}$	$\frac{Y}{L} = A_0 e^{\lambda t} [A_1 \left(\frac{K}{L}\right)^{-p} + (1 - A_1)]^{-\frac{1}{p}}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^{1+p}$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{1 - A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^{1+p}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K}\right)^p$	$E_L = \frac{1 - A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L}\right)^p$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left[\left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - (1 - A_1) L^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} A_1^{\frac{1}{p}}$	$L = \left[\left(\frac{Y}{A_0 e^{\lambda t}}\right)^{-p} - A_1 K^{-p} \right]^{-\frac{1}{p}} (1 - A_1)^{\frac{1}{p}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{1 - A_1}{A_1} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+p}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	$\left(\frac{A_1}{1 - A_1}\right)^{\frac{1}{1+p}}$	

Джерело: розроблено автором на основі [1; 7]

Таблиця 2

Основні характеристики ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y}{K} = \frac{A e^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{K} = A e^{\lambda t} K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{Y}{L} = \frac{A e^{\lambda t} K^\alpha L^\beta}{L} = A e^{\lambda t} K^\alpha L^{\beta-1}$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = A e^{\lambda t} \alpha K^{\alpha-1} L^\beta$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = A e^{\lambda t} \beta K^\alpha L^{\beta-1}$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \alpha$	$E_L = \beta$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \left(\frac{Y}{A e^{\lambda t} L^\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}}$	$L = \left(\frac{Y}{A e^{\lambda t} K^\alpha}\right)^{\frac{1}{\beta}}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \left(\frac{Y}{A e^{\lambda t} L^\beta}\right)^{\frac{1}{\alpha}} : L = A^{\frac{1}{\alpha}} Y^{\frac{1}{\alpha}} e^{-\frac{\lambda t}{\alpha}} L^{-\frac{\beta}{\alpha}}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{K}{L}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	$\frac{\alpha}{\beta}$	

Джерело: розроблено автором на основі [1; 7]

Динамізована лінійна функція представляється так:

$$Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3 K + A_4 L. \quad (8)$$

Оскільки лінійна функція (8) є адитивною моделлю економічного процесу, а CES-функція (6) і ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) – мультиплікативні моделі, то λ_1 у даному разі представляє собою середній абсолютний приріст Y за рахунок усіх чинників, окрім K і L .

У табл. 3 наведено важливіші економіко-математичні параметри ВФ (8).

Оцінка невідомих коефіцієнтів λ_1, A_2, A_3, A_4 лінійної функції (8) за методом найменших квадратів не викликає труднощів, оскільки вона здійснюється на основі стандартних програм регресійного аналізу, наприклад у редакторі *Excel*.

Шляхом логарифмування лівої і правої частин (7) ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена легко перетворюється в лінійну функцію з можливістю подальшого застосування стандартної програми «Регресія» для розрахунку параметрів $\lambda, A, \alpha, \beta$.

CES-функцію (6) привести до лінійного вигляду принципово неможливо, тому для оцінки її невідомих коефіцієнтів λ, A_0, A_1, p використовують наближені методи розрахунку, що потребує застосування спеціального програмного забезпечення. Саме відносна простота визначення невідомих коефіцієнтів ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена є її вагомою перевагою перед CES-функцією. Ця обставина зумовлює виняткову популярність ВФ (3), (7) у сучасних економічних дослідженнях.

Водночас ВФ (7) і (8) мають серйозні недоліки, від яких вільна CES-функція. Вкажемо важливіші з них. Як було показано вище, еластичність заміщення факторів σ , яка є мірою можливості заміни праці капіталом і, навпаки, для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена завжди дорівнює одиниці, а для лінійної функції – плюс нескінченності. Дані обмеження є дуже жорсткими і часто не відповідають реальній економічній дійсності. У цьому сенсі CES-функція (6) має явну перевагу порівняно з ВФ (7) і (8): величина σ для неї може приймати будь-які значення. Хоча так само, як для ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і для лінійної функції, σ для CES-функції є постійною величиною, що впливає із самої її назви.

Окрім того, легко показати, що характер залежності продуктивності праці (Y/L) від фондоозброєності (K/L) у рамках даних ВФ досить різний. Для ВФ Кобба-Дугласа-

Тінбергена і для лінійної функції за $(K/L) \rightarrow \infty$ за будь-яких допустимих значень їх параметрів продуктивність праці теж прагне до нескінченності. А CES-функція за довірливих значень її параметрів і за $(K/L) \rightarrow \infty$ має верхню межу, що більш правдоподібно в осяжній економічній перспективі. Ясно, що з позиції адекватності моделі процесу, що вивчається, ВФ (6) виглядає переважніше.

Тому в процесі моделювання динаміки випуску продукції на підприємстві за допомогою двофакторних динамічних ВФ перед дослідником завжди постають дві проблеми:

1) який із трьох ВФ (6) – (8) віддати перевагу (хоча їх порівняння за економіко-математичними властивостями являється на користь CES-функції);

2) як оцінити параметри ВФ (6), якщо вибрана саме CES-функція.

Передусім розглянемо наявні підходи до об'єктивного вибору найбільш адекватної моделі з трьох розглянутих у ході моделювання динаміки випуску продукції підприємства. Оскільки ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена шляхом логарифмування лівої та правої частин легко перетворюється в лінійну функцію, то її порівняння з ВФ (8) не викликає особливих труднощів. Перевагу слід віддати тій лінійній функції, яка задовольняє наступну вимогу: коефіцієнт детермінації R^2 приймає максимальне значення за статистичної значущості всіх оцінених параметрів регресії. Значно складніше представляється справа порівняння ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і CES-функції.

Дж. Кменті [8], Р. Вінні і К. Холден [9, с. 84–85] розділили ліву і праву частини формул (1), (3) на L , логарифмували знайдені результати і розклали один з елементів отриманої CES-функції в ряд Тейлора. Вони показали, що, по суті, відмінності між CES-функцією і ВФ Кобба-Дугласа зводяться лише до четвертого доданку, що стоїть у правій частині перетвореної ВФ (1):

$$\ln(Y/L) = C + D \ln L + E \ln(K/L) - M [\ln(K/L)]^2. \quad (9)$$

Тут C, D, E, M – певні коефіцієнти, що виражаються через параметри досліджуваних ВФ. При цьому якщо $p = 0$, то $M = 0$, і ці функції повністю збігаються, тобто відбувається перехід від ВФ (1) до ВФ (3). Отже, перевірка статистичної надійності (значущості) коефіцієнта M у моделі (9) за допомогою t -критерію Стьюдента може служити об'єктивним підґрунтям для вибору конкретної математичної форми з двох розглянутих ВФ. При цьому

Таблиця 3

Основні характеристики динамізованої лінійної функції

Показник	K	L
1. Середня віддача	$\frac{Y - A_2}{K} = \frac{\lambda_1 t + A_4 L}{K} + A_3$	$\frac{Y - A_2}{L} = \frac{\lambda_1 t + A_3 K}{L} + A_4$
2. Гранична віддача	$\frac{\partial Y}{\partial K} = A_3$	$\frac{\partial Y}{\partial L} = A_4$
3. Еластичність випуску продукції, %	$E_K = \frac{A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{K} \right)^p$	$E_L = \frac{1 - A_1}{A_0^p} \left(\frac{Y}{L} \right)^p$
4. Потреба у виробничих факторах	$K = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L}{A_3}$	$L = \frac{Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K}{A_4}$
5. Заміщення факторів (фондоозброєність)	$\frac{K}{L} = \frac{A_4 (Y - A_2 - \lambda_1 t - A_4 L)}{A_3 (Y - A_2 - \lambda_1 t - A_3 K)}$	
6. Гранична норма заміщення факторів	$MRS = \frac{A_3}{A_4}$	
7. Фондоозброєність, що забезпечує максимум випуску продукції Y	будь-яка точка прямої $Y - A_2 = \lambda_1 t + A_3(K + L)$	

Джерело: розроблено автором

нульовою гіпотезою виступає $H_0 : M = 0$ проти альтернативи $H_a : M \neq 0$.

М. Кубініва та ін., використовуючи підхід Кменти як інструмент знаходження первісної оцінки параметрів CES-функції, розробили найбільш удачу процедуру пошуку рішення поставленого завдання із заданою точністю на базі використання ітеративного алгоритму мінімізації цільової функції залишків моделі за методом Марквардта. Вона знайшла своє втілення в програмі MACRO6, написаної на мові Бейсік [10, с. 137–149], яка досить легко адаптується до сучасного програмного забезпечення за допомогою макросів редактора *Excel*. За підсумками розрахунків дана програма видає на екран кількість здійснених ітерацій, шукані коефіцієнти A_0, A_1 , параметри λ, σ , а також їх стандартні похибки, скоригований коефіцієнт детермінації R^2 , суму квадратів регресійних залишків RSS , критерій Дарбіна-Уотсона DW . Важливий параметр CES-функції p знаходиться за оціненим значенням еластичності заміщення факторів σ на базі формули (2).

Проілюструємо вказану процедуру за інформацією статистичної звітності Миколаївського комбінату хлібопродуктів за 2007–2015 рр. [11]. У результаті логарифмування вихідних даних і побудови моделі (9) за допомогою редактора *Excel* (стандартна програма «Регресія») отримане таке значення t -статистики Стьюдента для коефіцієнта M : 0,10498; p -значення 0,92047. Оскільки p -значення $0,92 \gg 0,05$, то нульова гіпотеза $H_0 : M = 0$ не відхиляється. Тому приходимо до висновку, що емпіричні дані, які характеризують динаміку реалізованої продукції на досліджуваному підприємстві, будуть точніше змодельовані на базі ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена (7) і лінійної функції (8), ніж за допомогою CES-функції (6).

Розрахована ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена представляється так:

$$Y = 0,00099e^{-0,19729t} L^{2,12938}. \quad (10)$$

Її логарифмічна частина статистично значуща (розрахункове значення F -критерію Фішера дорівнює 50,797); коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,944$; стандартна помилка 0,18273.

Лінійна функція має вигляд:

$$Y - 31850,66791 = -10434,57512t + 12,10164068L. \quad (11)$$

Вона теж статистично значуща (розрахункове значення F -критерію Фішера 31,982); коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,914$; стандартна помилка 10958,87.

Звернемо увагу на той факт, що в обох ВФ (10), (11) відсутній фактор K – основні засоби: він був виключений у процесі моделювання як статистично незначущий. Це свідчить про те, що на Миколаївському комбінаті хлібопродуктів даний виробничий чинник практично не впливає на реалізацію продукції підприємства, тобто знаходиться у надлишку. Досліджуваному підприємству на основі ретельного вивчення кон'юнктури ринку борошномельної продукції слід запровадити один із таких заходів: 1) скоротити основні виробничі фонди шляхом ліквідації зайвого і незадіяного устаткування; 2) підвищити фонд оплати праці за рахунок залучення додаткових працівників, посилення їх матеріального стимулювання тощо.

Розраховані параметри отриманих адекватних моделей (10), (11) свідчать про таке: коефіцієнт A_4 лінійної функції показує, що за період 2007–2015 рр. зростання оплати праці на 1 тис. грн. забезпечувало середній щорічний ріст реалізованої продукції підприємства на 12,1 тис. грн. А підвищення даного показника на 1% привело до зростання реалізації в середньому на 2,13% (коефіцієнт β ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена). При цьому всі інші фактори, крім L , негативно впливали на зміну Y : середнє річне зниження реалізації Миколаївського комбінату хлібопродуктів за досліджуваний період становило 10434,575 тис. грн. (коефіцієнт λ_1 моделі (11)), або у відносному вираженні майже 19,73% (коефіцієнт λ моделі (10)).

Висновки. Теоретико-методологічні аспекти моделювання факторів росту продукції підприємства на базі виробничих функцій, що були викладені в основній частині статті, повністю підтвердились емпіричними розрахунками. Коли один із факторів не впливає на результати господарської діяльності, тобто знаходиться у надлишку, для аналізу доцільно застосовувати неповні моделі ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і лінійної функції.

Статистичний критерій вибору між ВФ Кобба-Дугласа-Тінбергена і CES-функцією працює досить надійно, а ітеративна процедура оцінки невідомих коефіцієнтів CES-функції добре зарекомендувала себе під час моделювання реалізації продукції підприємства [12; 13]. Але слід пам'ятати, що достовірність висновків за даним критерієм сильно залежить від довжини ряду динаміки N . На коротких рядах ($N < 10$) потужність критерію низька, і його використання може привести до помилки другого роду – невідхилення $H_0 : M = 0$, коли справедлива альтернатива $H_a : M \neq 0$.

Список використаних джерел:

1. Янковий В.О. Виробнича функція з постійною еластичністю заміщення ресурсів / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – Одеса, ОНЕУ. – 2015. – № 58. – С. 228–234.
2. Янковий В.О. Прогнозування зони беззбитковості інвестицій у хлібопекарську промисловість за допомогою виробничої функції / В.О. Янковий // Вісник соціально-економічних досліджень. – 2006. – № 22. – С. 410–414.
3. Янковий В.О. Модель беззбитковості інвестування в м'ясопереробну промисловість / В.О. Янковий // Економіка харчової промисловості. – 2010. – № 4(8). – С. 16–21.
4. Мороз О.В. Виробничі функції в економічних дослідженнях на мікрорівні / О.В. Мороз, Б.С. Грабовецький, Ю.В. Міронова // Економічний простір. – 2010. – № 35. – С. 112–119.
5. Янковий О.Г. Зони беззбиткового інвестування в харчову промисловість України на основі виробничої функції / О.Г. Янковий, Н.В. Мельник, В.О. Янковий // Сучасна економіка. – 2010. – Вип. 2. – С. 8–19.
6. Грабовецький Б.С. Використання виробничих функцій у дослідженнях підприємств молокопереробної промисловості / Б.С. Грабовецький, Н.М. Тарасюк, О.В. Безсмертна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2013. – № 5. – С. 32–36.
7. Янковий В.О. Оптимізація фондоозброєності на підприємствах харчової промисловості на основі виробничих функцій / В.О. Янковий, Н.В. Мельник // Економіка харчової промисловості. – 2016. – Т. 8. – Вип. 2. – С. 34–39.
8. Kmenta J. (1967). On Estimation of the CES Production Function. *International Economic Review*. – Vol. 8, – P. 180–189.
9. Винн Р., Холден К. Введение в прикладной эконометрический анализ / Р. Винн, К. Холден; пер. с англ. С.А. Николаенко. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 294 с.
10. Математическая экономика на персональном компьютере / М. Кубинива, М. Табата, С. Табата, Ю. Хасэбэ; пер. с япон.; под ред. М. Кубинива. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 304 с.

11. Агентство з розвитку інфраструктури фондового ринку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : www.smida.gov.ua.
12. Янковий В.О. Економетричний аналіз реалізації продукції ПП «Гармаш» на основі виробничих функцій / В.О. Янковий // Причорноморські економічні студії. – Одеса, 2016. – Вип. 11. – С. 251–255.
13. Янковий В.О. Аналіз випуску продукції на м'ясопереробному підприємстві за допомогою виробничих функцій / В.О. Янковий // Економічний вісник Запорізької державної інженерної академії. – 2016. – Вип. 5 – № 2(05). – Ч. 2. – С. 139–143.

Анотація. В статті розглянуті основні методологічні положення моделювання факторів росту продукції підприємства на базі виробничих функцій. Показано, що найбільш популярними в сучасних економічних дослідженнях є моделі, які узагальнені функцією з постійною еластичністю заміщення: лінійною, функцією Кобба-Дугласа, функцією Леонтьєва. Приведено їх порівняльний аналіз, критерій вибору найбільш адекватної моделі, важливі економіко-математичні характеристики. Дані практичні рекомендації по розрахунку параметрів вказаних виробничих функцій з використанням різних методів оцінки. Всі теоретичні аспекти проілюстровані на конкретному прикладі за даними статистичної звітності підприємства мукомольної промисловості.

Ключевые слова: моделювання факторів, виробничі функції, еластичність заміщення ресурсів.

Summary. The basic methodological positions of modeling of enterprise growth factors using production functions considered in the article. It is shown that models – linear, Cobb-Douglas, Leont'yev function, which are generalized by function with constant elasticity of substitution of factors are the most popular in modern economic research. A comparative analysis, the criterion of selecting of the most appropriate model, the most important economic and mathematical characteristics presented. Practical recommendations for calculating of unknown parameters of specified functions according to various methods of evaluation provided. All theoretical aspects are illustrated on a specific example based on the data of milling industry enterprise.

Key words: modeling of factors, production functions, the elasticity of substitution of resources.