

## МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 519.8

**Червак-Смерічко О.Ю.,**  
*кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри економіки підприємства,  
Ужгородський національний університет*

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ: МОДЕЛЮВАННЯ І СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ

### MATHEMATICAL MODELING IN ECONOMICS: MODELING AND SYSTEM ANALYSIS

У роботі викладено основні історичні відомості і загальні поняття про моделі і моделювання. Проаналізовано доцільність застосування і наведено конкретні приклади застосування моделей і моделювання в економічних дослідженнях. Детально проаналізовано поняття «чорної скриньки» і структурної схеми системи.

**Ключові слова:** модель, моделювання, система, структурна схема системи, «чорна скринька».

В работе изложены основные исторические сведения и общие понятия о модели и моделировании. Проанализирована целесообразность применения и приведены конкретные примеры применения моделей и моделирования в экономических исследованиях. Детально проанализированы понятие «черного ящика» и структурной схемы системы.

**Ключевые слова:** модель, моделирование, система, структурная схема системы, «черный ящик».

This paper describes the basic historical information and general concepts of models and simulations. Analyzed the feasibility of and are specific examples of models and modeling in economic research. Detailed analysis of the concept of «black box» and the block diagram of the system.

**Keywords:** model, modeling, system block diagram of the system, «black box».

**Вступ.** Метод моделей, який зводить економічні дослідження до математичних задач, виник давно. Створення обчислювальної техніки в минулому столітті відкрило для нього реальну перспективу стати потужним інструментом наукового аналізу. Поява цієї техніки внесла в методи досліджень цілий ряд нових концепцій та ідей, безмежно розширивши інструментарій дослідника. Відбулася значна переоцінка існуючих способів аналізу, появилися нові, особливу роль в яких стали

відігравати методи формалізованих моделей, метод експертиз та їх синтез, так звані імітаційні системи. Цей інструментарій має чудові можливості вивчати процеси і явища, які відбуваються в суспільній сфері. Тому, знаючи результат, наслідки наших рішень, ми завжди можемо здійснити основний акт управління: прийняти рішення, яке відповідає цілі, яка переслідується особою (або особами), відповідальною за прийняття рішення. Отже, знання – майже синонім управління. Служба

моделей економіки, при її наявності, може давати неоціненну інформацію керівництву в розв'язанні різних питань економічної політики і вибору програм. Особа, що не володіє методами моделей, не може претендувати на роль економіста.

### Розділ 1. Історичні відомості.

Історія розвитку математичного моделювання прослідкована, наприклад, в монографії Дж. Данціга «Лінійне програмування, його узагальнення і застосування». Відмічається, що економісти почали математично описувати економічні системи ще у вісімнадцятому столітті. Простий приклад моделі побудував Кене у своїй економічній таблиці, намагаючись визначити взаємозв'язок між землевласниками, землеробами і ремісниками. В середині дев'ятнадцятого століття Л. Вальрас запропонував лінійну математичну модель зі сталими технологічними коефіцієнтами. Переважна більшість спеціалістів займалася аналізом теоретичних проблем, зв'язаних з можливістю економічної рівноваги та її ефективністю в умовах конкуренції або монополії. Однак до 30-х років минулого століття всі роботи в цій галузі носили розрізнений характер.

В 30-х роках двадцятого століття групою австрійських і німецьких економістів проводилась робота по узагальненню лінійної технологічної моделі Л. Вальраса. В результаті цієї роботи виникли певні питання, які стимулювали появу роботи математика Дж. фон Неймана (1932 р.) «Модель загальної економічної рівноваги». Він показав, що ринкові сили максимізують темп росту економіки, і довів, що цей максимум рівний процентній ставці на капітал, інвестований у виробництво. При цьому, фон Нейман виходив з того, що економіка є замкнутою системою зі сталим темпом росту. Ця робота, як і більшість теоретичних робіт того часу, відноситься до якісного аналізу економіки, в якому ціль математичного моделювання полягала в описанні взаємозв'язків всередині системи скоріше за все з якісного, ніж з кількісного, боку; маніпулювання рівняннями являлося зручним способом отримання цінних логічних висновків із припущень.

Роботи над загальною моделлю лінійного програмування проводились цілком

незалежно від вищезгаданих робіт і переслідували практичне застосування. У результаті В.В. Леонт'єв побудував математичну модель реальної американської економіки (1919-1939 рр.) для того, щоб можна було прослідкувати вплив політики уряду і тенденцій у сфері закупівель на взаємозв'язані промислові галузі. З чисто формальної точки зору леонт'євську модель можна розглядати як спрощену модель Вальраса. Основу аналізу «витрати – випуск» в цій моделі складає таблиця коефіцієнтів, яка називається або матрицею «витрати – випуск», або «економічною таблицею». Стовпець в цій матриці відповідає витратам різних товарів на один долар вартості випуску певного товару. Кожному товару, що виробляється, відповідає стовпець. Отже, формальна модель стає реальною, якщо економічна таблиця побудована на основі реальних даних. Щоб оцінити різницю між чисто формальною і реальною моделями, слід нагадати, що збір даних, необхідних для реальної моделі, потребує чималих витрат часу й інших ресурсів. Після того як зібрана вся інформація про модель, з'являється друга складність – розв'язування дуже великої системи лінійних рівнянь. І, насамкінець, існували труднощі «збуту» результатів таких досліджень. Отже, ініціатива Леонт'єва з самого початку була зв'язана з постійним ризиком.

В роки другої світової війни і в післявоєнний період робота в цьому напрямку проводилась роз'єднано до тих пір, поки в 1947 р. лінійне програмування не об'єднало зовні різні явища, забезпечивши їх, більш точним формулюванням задач і визначенням більш ефективних шляхів їх розв'язання, математичною базою і обчислювальним методом, симплексним алгоритмом (запропонованим Дж. Данцігом). Ці розробки співпали в часі зі створенням обчислювальних машин, які стали необхідним інструментом для застосування лінійного програмування в тих галузях, де обчислення вручну виявилися неможливими. З моменту зародження в 1947 р. лінійного програмування в зв'язку з роботами по плануванню діяльності збройних сил США, ця галузь науки отримала широке розповсюдження. Математиками і

економістами на тему «Математичне моделювання в економіці» написано багато книжок і наукових праць.

Слід зауважити, що ідеї лінійного програмування були висловлені і в 1939 р. Л.В. Канторовичем, коли він опублікував монографію під назвою «Математичні методи організації і планування виробництва». Канторовича слід признати першим, хто з'ясував, що широкий клас важливих виробничих задач піддається чіткому математичному формулюванню, яке дає можливість підходити до задач з кількісної сторони і розв'язувати їх числовими методами.

## Розділ 2. Про моделі і моделювання

Роль математики в різних областях була і є різною. На неї впливали і впливають два основні фактори: рівень розвитку математичного апарату і рівень зрілості знань про реальний об'єкт, який вивчається, можливість описати його найбільш істотні риси і властивості мовою математичних понять або, як прийнято говорити, можливість побудувати *математичну модель* об'єкта.

*Об'єкт* – це конкретний або абстрактний предмет, діюча або проєктована система, існуючий або проєктований процес.

*Модель* – це представлення, вироблене в уяві людини-дослідника, про ті чи інші властивості об'єкту (реального, абстрактного) і їх взаємозв'язки, оформлене у вигляді описання цього об'єкту і зафіксоване на папері мовою рисунка, графіка, рівняння, формул, тощо, або зреалізоване у вигляді макетів, механізмів, пристроїв, тощо.

Побудова моделей базується на різного роду припущеннях, як єдиного способу відірватися від фактів, істинність яких ще треба перевірити. Роль припущень (гіпотез) в науці настільки значна, що образно можна сказати наступне: вся наукова робота складається з висунення і перевірки гіпотез.

Головна цінність моделей як форми знань полягає в тому, що вони містять об'єктивну істину, тобто в чомусь правильно відображають модельоване. Але, окрім безумовно істинного змісту в моделі є умовно істинне, тобто вірне тільки при певних умовах, а отже, може бути хибним.

При цьому в кожних конкретних умовах невідомо точно, яке ж фактичне співвідно-

шення істинне або хибне в даній моделі. Відповідь на це питання дає тільки практика.

Поза як йдеться про моделі, створювані свідомо людиною, то в її розпорядженні є засоби мислення і засоби оточуючого матеріального світу. Відповідно до цього моделі поділяються на абстрактні і матеріальні. Абстрактні моделі являються ідеальними конструкціями, побудованими засобами мислення, до яких відносяться мовні конструкції. Так, звичайною мовою ми можемо говорити про все, тому вона є універсальним засобом побудови будь-яких абстрактних моделей. Але багатозначність слів, або невизначеність слів призводить до того, що з точки зору розуміння мовним моделям притаманна неоднозначність, розпливчатість, розмитість. Тому, неточність звичайної мови, яка закладена в її основі, є недоліком, якого позбуваються шляхом вироблення професійної мови, більш чіткої і точної, ніж звичайна мова. Яскравими прикладами цього є мови конкретних наук. У результаті еволюції мов описання моделей, створена можливість побудови моделей, які мають максимально досягнути визначеність і точність для сучасного стану багатьох галузей знань, зокрема, для сучасної економіки. Мовою описання цих моделей є *математична мова*.

*Математичні моделі* характеризуються абсолютною точністю, але щоб дійти до їх використання в даній галузі, зокрема, в економіці, необхідно збагатитися для цього достатніми знаннями. За висловами Канта і Маркса, будь-яка галузь знань може тим з більшою основою іменуватися *наукою*, чим в більшій мірі в ній використовується математика. «Нематиматизованість» науки, гадаємо, не означає її «ненауковість», а є наслідком складності, недостатнього пізнання її предмета і є тимчасовим явищем. Але, підкреслимо, математика дозволяє єдиним чином описувати явища і процеси, здійснювати їх аналіз, передбачати як себе буде поводити об'єкт в різних умовах, тобто прогнозувати результати майбутніх спостережень. Ну, а прогнозування завжди важка задача; прогнози, які здійснюються, є предметом особливої гордості кожної науки.

Матеріальні моделі (тобто реальні, фізичні моделі) створюються з реальних

об'єктів і процесів на основі відношення подібності між об'єктом і моделлю.

*Моделювання* – це дослідження об'єктів на їх моделях, до яких застосовуються методи мислення по *аналогії*, моделювання – це цільове відображення об'єктів. *Ціль* – це ідеальний образ бажаного результату, тобто образ того, що повинно би бути, повинно би здійснитися (частка «би» підкреслює той факт, що цілі бувають як здійсненні, так і нездійсненні). З того, що модель є цільовим відображенням, випливає множинність моделей одного й того об'єкту; для різних цілей, очевидно, знадобляться різні моделі. Модель відображає не сам по собі об'єкт-оригінал, а те, що нас в ньому цікавить, тобто те, що відповідає поставленій цілі. Саме цільова призначеність моделей дозволяє множину моделей розділити на пізнавальні і прагматичні, що відповідає поділу цілей на теоретичні і практичні.

*Пізнавальна модель* є формою організації і представлення знань про об'єкт, засобом з'єднання нових знань з наявними. *Прагматична модель* є засобом управління об'єктом, засобом практичних дій, способом представлення взірцево правильних дій або їх результату, тобто є робочим представленням цілі. Іншими словами, пізнавальна модель відображає існуюче, а прагматична – не існуюче, але бажане і, можливо, здійсненне.

Іншим принципом класифікації цілей моделювання може бути поділ моделей на статичні і динамічні. Для одних цілей нам може знадобитися модель конкретного стану об'єкта, свого роду його «моментальна фотографія». Такі моделі називаються *статичними*. В тих випадках, коли наші цілі зв'язані не з одним станом об'єкта, а з різними його станами, з їх різновидами, виникає необхідність у відображенні процесу зміни станів (наприклад, зміни станів у часі). Такі моделі називаються *динамічними*.

Модель, за допомогою якої успішно досягається поставлена ціль, називається *адекватною* даній цілі. Введення поняття адекватності викликано тим, що між моделлю і оригіналом-об'єктом завжди є різниця, яка спричинюється нашими обмеженими можливостями відображати нескінченну реальність тільки в скінченному числі

відношень, скінченними засобами; тому в результаті спрощеність і наближеність є атрибутами моделі. Це поняття не співпадає з вимогою повноти, правильності і точності відображення: адекватність означає, що ця вимога виконана не взагалі, а лише в тій мірі (можливо, частково), яка достатня для досягнення цілі. Різниця між моделлю і оригіналом сама по собі не може бути ні великою, ні малою: сама по собі різниця або є, або її немає. Величину, міру, ступінь прийнятності різниці між моделлю та оригіналом ми можемо вводити тільки співставивши її з ціллю моделювання. В певних випадках вдається ввести деяку міру адекватності моделі, тобто вказати спосіб порівняння двох моделей за ступінню успішності досягнення цілі за допомогою цих моделей. Якщо ж до того такий спосіб дає можливість кількісно виражати міру адекватності, то задача покращення моделі істотно полегшується, так як можна ставити наступні питання:

1. Знаходження в даному класі моделей найбільш адекватної моделі, яка б визначалася найбільшим (максимальним) значенням адекватності, тобто кількісна постановка питання про *ідентифікацію* моделі – визначення характеристик об'єкта, виявлення зовнішніх впливів на нього, шляхом спостережень і статистичної обробки отриманих даних, які використовуються при побудові моделі.

2. Дослідження чутливості і стійкості моделі, тобто дослідження залежності адекватності моделі від її точності, від наближеності відображення дійсності за допомогою цієї моделі.

3. *Адаптація* моделі, тобто підстройка значень параметрів моделі з метою покращення адекватності.

Про істинність (правильність) або хибність моделі самої по собі немає що говорити. Ступінь істинності виявляється тільки в практичному співставленні моделі з натурою, що її відображає. При цьому зміна умов, в яких проводиться це порівняння, істотно впливає на його результат: одна й та сама модель в одних умовах може бути адекватною, а в інших умовах – не адекватною тій цілі, яка переслідується. Безумовне вико-

ристання моделей є небезпечним. Важливо відмітити, що кожна модель явно або неявно містить умови своєї істинності, і одна з головних вимог практики моделювання полягає в перевірці відповідності умов істинності моделі реальним умовам, в яких є намагання використати цю модель. Якщо вже готова модель використовується без перевірки (враховуючи, що не будь-яку з умов істинності, буває можливим перевірити), тоді ставлення до результатів, що отримуються на основі цієї моделі, повинно бути обережним, умовним, що, нажаль, не завжди усвідомлюється (в більшості випадків, із-за неосвіченості, непрофесійності осіб, які приймають рішення). В зв'язку з цим перед дослідниками стоїть проблема створення моделей, істинність (або, інакше кажучи, використання) яких зберігається в деякому діапазоні умов (в математиці, наприклад, проблема стійкості і регуляризації алгоритмів).

### Розділ 3. «Чорна скринька»

Як вже відмічалось, моделювання має цілеспрямований характер. Ціль – це суб'єктивний образ неіснуючого, але бажаного стану об'єкту (мається на увазі, що розглядаються прагматичні моделі).

Досягти її тільки за рахунок власних можливостей суб'єкту або зовнішніх засобів, які є в нього на даний момент, можна дуже рідко. Такий збіг обставин називається *проблемною ситуацією*. Отже, діяльність, яка б сприяла вирішенню цієї проблеми, повинна бути спрямована на досягнення поставленої цілі. Засоби досягнення цієї цілі називаються *системою*. Співвідношення між цілями і системами може бути неоднозначним: одна система може бути зв'язана декількома цілями, одній цілі можуть відповідати різні системи.

В цьому визначенні системи наголос зроблено на призначенні системи як засобів досягнення поставленої цілі, але в ньому нічого не сказано про її внутрішню будову. Тому систему можна зобразити у вигляді непрозорої «скриньки», виділеної з зовнішнього середовища, але не повністю ізольованої від цього середовища. Тоді ціль, яку намагаються досягти цією системою, є наперед заплановані зміни в зовнішньому середовищі, деякі результати функціонування системи, які використовуються поза неї. Інакше

кажучи, система зв'язана з середовищем і за допомогою зв'язків впливає на нього. Ці зв'язки називають виходами системи. Виходи в даній системі відповідають слову «ціль» в словесній моделі системи. Крім того, у визначенні сказано про наявність зв'язків другого типу: система є засобами, тому повинні існувати і шляхи використання цих засобів, можливості впливу на систему, тобто такі зв'язки, які направлені з зовні, з середовища, в систему. Ці зв'язки називають входами системи. Описана модель системи називається «чорна скринька». Графічну модель «чорної скриньки» можна проілюструвати рисунком 1.

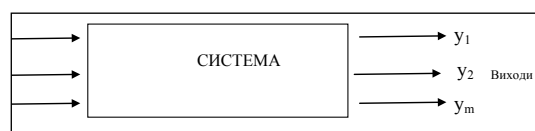


Рис. 1. Графічна модель «чорна скринька»

Така модель, не зважаючи на зовнішню простоту і на відсутність відомостей про внутрішність системи, часто виявляється корисною. Якщо максимально формалізувати модель «чорна скринька», ми приходимо до задання двох множин  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  і  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}$  вхідних і вихідних змінних між якими ніяких відношень не відомо.

Якщо між цими змінними відомі деякі відношення, то це вже буде не «чорна» а «прозора» скринька. Як правило, вихідні змінні є залежними змінними, а вхідні – незалежними змінними, тобто  $y_1, y_2, \dots, y_r$  є функціями, а  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – аргументами цих функцій. Основною задачею, яка вирішується за допомогою цієї моделі є визначення існуючої функціональної залежності  $Y = f(X)$ .

$$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x) = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x) = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, \\ y_m &= f_m(x) = f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (1)$$

Тому моделювання з використанням моделі «чорна скринька» називають функціональним моделюванням, а систему функцій (1) – функціональною моделлю об'єкта. Ця модель будується в загальному в два етапи. На першому з них визначається загальна функціональна залежність  $Y$  від  $X$  і невідомих параметрів  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ :  $Y = F(X, A)$ . Ця залежність визначається, як правило, на

основі знань дослідника про модельований об'єкт-оригінал, на його інтуїції. На другому етапі, як етапі адаптації моделі, визначаються значення невідомих параметрів, на основі статистичних даних про можливі значення вхідних змінних та їм відповідних значень вихідних змінних, в результаті чого одержується функціональна модель системи, яка відображає функціональну залежність  $Y$  від  $X$ . Способи формування даних про значення змінних  $X$  і  $Y$  можуть бути різними, зокрема, вони можуть бути сформовані в результаті експерименту, проведеного над реальним об'єктом, або в результаті обчислень на основі існуючих нормативів..

Не зважаючи на простоту моделі «чорна скринька», завжди існує небезпека неповноти переліку входів і виходів, як внаслідок того, що важливі можуть бути віднесені до неістотних, так і внаслідок того, що деякі з них можуть бути нерозпізнаними в момент побудови системи.

#### Розділ 4. Структурна схема систем

Внутрішність «скриньки», взагалі кажучи, є неоднорідною, що дає можливість розрізнити її складові частини. В свою чергу, деякі частини системи також можна розбити на частини і т.д. Ті складові системи, які розглядаються нами як неподільні, називаються *елементами* цієї системи; частини, які складаються більше ніж з одного елемента, називаються *підсистемами* системи. У результаті такого виділення елементів і підсистем будується *модель складу системи*, яка є описом того, із яких підсистем і елементів вона складається. При необхідності використовуються терміни, які вказують на ієрархію частин системи, наприклад, «підпідсистема», або «підсистема другого рівня», є підсистемою підсистеми даної системи, або підсистемою підсистеми першого рівня. В зв'язку з цим систему можна вважати, формально, підсистемою нульового рівня. Зазначимо, модель складу системи визначається неоднозначно. Різними дослідниками, можливо, при різних цілях, для одного і того об'єкту можуть бути побудовані цілком різні моделі складу системи, які навіть не можуть мати спільних елементів або підсистем.

Як вже зазначалося вище, побудова моделі складу системи не є однозначною.

Якщо дати різним дослідникам завдання визначити склад однієї і тієї системи, то результати їх роботи будуть різні, хоча б із-за того, що вони можуть мати різні рівні знань про систему; один і той дослідник, при різних умовах, також може запропонувати різні моделі. Крім того, можна виділити ще три причини цього факту.

По-перше, різні моделі складу одержуються внаслідок того, що поняття елементарності може визначатися по-різному. Те, що з однієї точки зору є елементом системи, з другої – може виявитися підсистемою, яка підлягає подальшому поділу.

По-друге, як і будь-яка модель, модель складу системи є цільовою, отже, один і той об'єкт для різних цілей поділяється на різні частини. В об'єкті штучно виділяються частини (елементи і підсистеми), в залежності від цілі, яка переслідується, так, щоб з точки зору того, хто будує модель, через ці частини якнайчіткіше могла б виражатися досяжність цієї цілі.

Отже, по-третє, моделі складу можуть бути різними тому, що будь-який поділ цілого на частини, будь-яке виділення підсистеми в системі, є відносним, в певній мірі умовним (залежним від цілі, а також від особи дослідника, що будує модель). Інакше, межі між підсистемами умовні, відносні, модельні. Це відноситься і до меж між самою системою і оточуючим середовищем.

Між елементами та підсистемами моделі складу системи розглядаються зв'язки (відношення), найбільш істотні і необхідні для досягнення цілі. Між реальними об'єктами, залученими в систему, існує велика кількість зв'язків, можливо, нескінченна, тому в моделі розглядаються тільки найбільш істотні з них. Якщо розглядається деяка сукупність об'єктів як система, то із всіх відношень між ними істотними для досягнення цілі є лише деякі з них. Сукупність необхідних і достатніх для досягнення цілі відношень між елементами і підсистемами називається *структурою системи*. Отже, в *модель структури системи* (тобто в список відношень) включається тільки скінченне число зв'язків. Модель структури є наслідком того, що в модель складу залучаються такі компоненти, властивості яких сприяють

досягненню цілі. Зазначимо, що між властивістю як атрибутом об'єкта і поняттям відношення існує змістовний зв'язок. По-перше, будь-яка властивість, навіть якщо її розуміти як потенціальну здатність володіти певною якістю, проявляється в процесі взаємодії об'єкта-носія якості з іншими об'єктами, тобто в результаті встановлення деяких відношень. По-друге, можна зробити узагальнення, висунувши припущення: властивість – це не атрибут об'єкта, а лише певна абстракція відношення, яка економить мислення. Тоді, можна стверджувати, що властивість – це згорнуте відношення, або якщо скористатися поняттям моделі, то властивість – це модель відношення.

Об'єднавши сказане, можна сформулювати друге означення системи: система – це сукупність взаємозв'язаних елементів, відособлена від середовища, яка взаємодіє з цим середовищем як ціле. Нагадаємо, за першим означенням, система – це засоби для досягнення цілі. Друге означення охоплює моделі «чорна скринька», складу і структури. Всі вони разом утворюють модель, яка називається *структурною схемою системи*. Отже, в структурній схемі вказуються всі компоненти системи, всі зв'язки між ними і зв'язки певних компонент з оточуючим середовищем (входи і виходи системи). Елемент в структурній схемі розглядається як «чорна скринька», яка має входи і виходи. Кожен з них характеризується змінною величиною, яка в математичній моделі може приймати числові значення. Вихід елемента, який не є входом іншого елемента системи, є виходом усієї системи. Якщо вихід елемента є входом іншого елемента системи, то він може бути, одноразово, і виходом всієї системи. Вхід елемента системи, який не є виходом іншого її елемента, є входом цієї системи. Відповідно, вихід елемента підсистеми, який не є входом її іншого елемента, є виходом цієї підсистеми. Якщо вихід елемента підсистеми є входом деякого іншого її елемента, то він може бути, одноразово, і виходом цієї підсистеми. Вхід елемента підсистеми, який не є виходом іншого її елемента, є входом цієї підсистеми. Змінні, які характеризують входи і виходи системи

(підсистеми) називаються вхідними і вихідними змінними цієї системи (підсистеми) відповідно. Таким чином, в структурній схемі системи (підсистеми), яка складається більше ніж з одного елемента, зв'язки реалізуються через входи і виходи елементів, так, що два або більше елементів можуть мати спільні входи і вихід одного елемента може бути входом іншого елемента цієї системи (підсистеми). Вхідні та вихідні змінні моделей всієї системи є змінними зовнішнього походження; їх називають *екзогенними змінними*.

Їх значення, відповідно, визначаються і використовуються зовні системи; кожному заданому набору значень вхідних змінних за допомогою моделі ставиться у відповідність набір значень вихідних змінних. Відсутність екзогенних змінних говорить про замкнутість моделі.

Вихідні змінні елементів системи, які є вхідними змінними інших її елементів, і вхідні змінні елементів системи, які є вихідними змінними інших її елементів, є змінними внутрішнього походження; їх називають ендогенними змінними моделі системи. Вихідна змінна елемента системи може бути, одноразово, екзогенною і ендогенною змінною. Таким чином, структурна схема системи виражає функціональну залежність вихідних змінних від вхідних змінних всієї системи. Основна задача, яка полягає у визначенні цієї залежності, вирішується шляхом визначення функціональних залежностей, реалізованих кожним елементом системи. Моделювання з використанням структурної схеми системи називають *структурним моделюванням*, а систему функцій, які реалізують функціональні залежності елементів цієї системи – *структурною моделлю* об'єкту. Визначальним атрибутом структурної моделі є збереження рівноваги, яке виражається через функціональні залежності (між входами і виходами).

**Висновки.** Зауважимо, під поняттям *системний аналіз* нерідко розуміють *системний підхід*, тобто визначену послідовність дій, алгоритмічність, який є важливим засобом розвитку практичної діяльності. Тут поняття системний аналіз застосовується у вузькому розумінні – як *аналіз систем*. Аналіз сис-

теми – це поділ її на елементи з виділенням властивостей кожного, зв'язків один з одним і зовнішнім середовищем. *Мета аналізу* – відокремити істотні властивості і відношення в системі від неістотних і перейти до більш глибокого її вивчення. Аналіз системи тісно зв'язаний з її синтезом. *Синтез системи* – це об'єднання окремих елементів, властивостей і зв'язків в одне ціле з метою отримання більш повного представлення про неї у формі моделі. Отже, ознаками системності є структурованість, взаємозв'язаність частин, підпорядкованість організації визначеній цілі.

Алгоритмів (правил) моделювання не існує. Моделювання – це мистецтво. Модель будується дослідником так, щоб відобразити характеристики об'єкту: властивості, взаємозв'язки, структурні та функціональні параметри, і т.п., істотні для даної цілі. *Параметр* – це показник (величина, значення якої є сталим в межах розглядуваної задачі), який характеризує деяку властивість деякого процесу, структури, ресурсу, продукції, тощо.

Конструювання моделі на основі попереднього вивчення об'єкту і виділення його істотних характеристик, експериментальний і теоретичний аналіз моделі, співставлення результатів з даними про об'єкт, корегування моделі і т.д. складають зміст математичного моделювання.

«Мистецтвом моделювання можуть володіти ті, хто володіє оригінальним мисленням, винахідливістю і кмітливістю, рівно як і глибокими знаннями системи і фізичних явищ, які необхідно моделювати. Не існує твердих і ефективних правил відносно того, як треба формулювати задачу на самому початку процесу моделювання, тобто зразу після першого знайомства з нею. Не існує і магічних формул для вирішення при побудові моделі таких питань, як вибір змінних і параметрів, відношень, які описують поведінку системи, і обмежень, а також критеріїв оцінки ефективності моделі. Пам'ятайте, що ніхто не розв'язує задачу в чистому вигляді, кожний оперує з моделлю, котру він побудував, виходячи з поставленої задачі.» Р. Шеннон.

#### Список використаних джерел:

1. Червак Ю. Ю. Оптимізація. Непокращуваний вибір. – Ужгород: Ужгородський національний університет, 2002.
2. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации. – Киев: Наук. думка, 1988.
3. Сергієнко І. В. Інформатика в Україні: становлення, розвиток, проблеми. – Київ: Наук. думка, 1999.
4. Шкурба В. В. и др. Задачи календарного программирования и методы их решения. – Киев: Наук. думка, 1966.
5. Джонстон Дж. Эконометрические методы / Пер. с англ. и предисл. А. А. Рывкина. – М.: Статистика, 1980.
6. Зацекалий М. М., Мельников О. Ф. Основи економічної кібернетики: Навч. посібник. – Чернівці: Видавництво «Наші книги», 2008.
7. Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения. – Москва: Прогресс, 1966.